

Tentamen i **Mekanik 2 för F**, FFM521 (och FFM520)

Fredagen 7 oktober 2016, 8.30-12.30

Examinator: Martin Cederwall

Jour: Martin Cederwall, tel. 031-7723181 el. 0733-500886, besöker tentamenssalarna c:a kl. 9.30 och 11.30.

Tillåtna hjälpmedel: Physics Handbook, Beta, Chalmersgodkänd kalkylator.

Samma uppgifter och regler gäller för FFM520 och FFM521.

Tentamen består av en obligatorisk del (uppg. 1-4) och en överbetygsdel (uppg. 5 och 6). Varje uppgift ger maximalt 10 poäng. För godkänt (betyg 3) krävs 16 poäng på den obligatoriska delen. Om betyg 3 uppnåtts rättas även överbetygsdelen. Gränser för betyg 4 och 5 är 36 resp. 48 poäng.

Alla svar skall motiveras, införda storheter förklaras liksom val av metoder. Lösningarna förväntas vara välstrukturerade och begripligt presenterade. Erhållna svar skall i förekommande fall analyseras m.a.p. dimension och rimlighet. Även skisserade lösningar kan ge delpoäng. Skriv och rita tydligt!

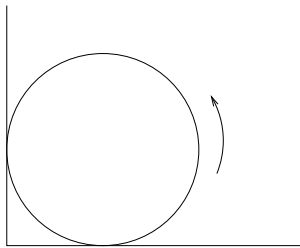
Lycka till!

---

### Obligatorisk del

---

1. En tunn rak homogen pinne med massan  $m$  och längden  $\ell$  är fritt upphängd i sin ena ände. Pinnen rör sig i en vätska, så förutom tyngdkraften och krafterna i upphängningspunkten påverkas den av en viskös dämpkraft, som per längdenhet är proportionell mot hastigheten med proportionalitetskonstant  $c$ . För vilket värde på  $c$  är små svängningar kring jämviktsläget kritiskt dämpade? Betrakta endast plan rörelse.
2. a. En homogen cirkulär cylinder med radien  $R$  roterar enligt figuren i ett hörn, som bildas av ett horisontalplan och ett vertikalt plan. I båda beröringsställena råder friktion med friktionskoefficienten  $\mu$ . Hur många varv roterar cylindern innan rörelsen upphör, om begynnelsevinkelhastigheten är  $\omega_0$ ?



- b. Samma cylinder glider på ett horisontalplan, fortfarande med friktionskoefficient  $\mu$ . Initialt har den farten  $v_0$  riktad åt höger och vinkelhastigheten  $\omega_0$  riktad som i deluppgift a. Hur långt åt höger kommer cylindern innan den vänder? Hur stor behöver  $\omega_0$  vara för att den skall vända?
3. En kropp  $V$  med den konstanta densiteten  $\rho$  beskrivs av

$$V = \left\{ \vec{r} : |\vec{r}| \leq a, \left| \vec{r} - \frac{a}{2} \hat{z} \right| \geq \frac{a}{2} \right\}.$$

Bestäm huvudtröghetsaxlar och huvudtröghetsmoment m.a.p. origo.

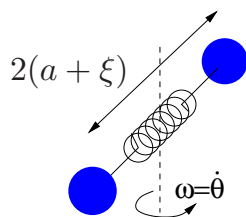
4. En kropp som faller fritt från en hög byggnad (på jorden) följer en bana som avviker litet från lodlinjen. Hur mycket? (Luftmotstånd kan försummas.)

---

## Överbetygsdel

---

5. En tvåatomig molekyl modelleras som två partiklar, vardera med massan  $m$ , förbundna med en masslös fjäder med naturlig längd  $2a$  och fjäderkonstant  $\frac{k}{2}$ . Om molekylen roterar med ett rörelsemängdsmoment  $2L \neq 0$  vinkelrätt mot symmetriaxeln, skulle man kunna tänka sig att vibrationsfrekvensen hos molekylen förändras, jämfört med om  $L = 0$ . Ställ upp Lagranges ekvationer med de generaliserade koordinaterna  $\xi$  och  $\theta$  enligt figuren. Bestäm hur vinkelfrekvensen för små svängningar beror på  $L$ .



6. En stel kropp är uppbyggd av tunna pinnar med densiteten  $\rho$  (massa/längdenhet). Två av pinnarna har längden  $\ell$  och den tredje längden  $2\ell$ . De är sammanfogade vinkelrätt mot varandra i mittpunkterna (se figuren ovan). Man vill använda kroppen som en "leksakssnurra". Den ena änden av den längre pinnen är i friktionsfri kontakt med ett glatt horisontellt bord, och lutar en vinkel  $\theta$  mot vertikallinjen. Om man antar att snurrans rörelse är sådan att  $\theta$  är konstant i tiden, sök sambandet mellan spinnet  $\nu$  och precessionshastigheten  $\Omega$  i termer av givna storheter. Beskriv också masscentrums rörelse. Luftmotståndet, kan försummas. (I denna uppgift är det inte tillåtet att använda någon färdig formel för precessionsrörelsen, utan sådana måste härledas, t.ex. från " $\dot{\vec{L}} = \vec{M}$ ".)

